

Список вопросов для подготовки к экзамену  
по гармоническому анализу (2015)

1. Периодические функции, их свойства
2. Простые гармоники: определение, свойства
3. Тригонометрический ряд Фурье (ТРФ). Вычисление коэффициентов ТРФ
4. Основная лемма ТРФ
5. Частичные суммы ТРФ, ее представление в виде интеграла Дирихле. Ядро Дирихле, свойства ядер Дирихле.
6. Сумма ТРФ. Признак Дини. Теорема о сходимости ТРФ
7. Принцип локализации
8. Разложение в ТРФ четной, нечетной, непериодической функций
9. Разложение функции в ТРФ на произвольном отрезке
10. Комплексная форма ряда Фурье, связь с тригонометрической формой
11. Частотные спектры периодической функции
12. Евклидово, гильбертово пространства. Норма в евклидовом пространстве.
13. Ортогональные системы; процесс ортогонализации. Многочлены Лежандра, Эрмита, Лагерра
14. Неравенство Бесселя, равенство Парсевала
15. Полнота и замкнутость онс
16. Виды сходимости функциональных последовательностей; соотношение между разными видами сходимости
17. Неравенство Бесселя для ТРФ. Достаточные условия равномерной сходимости ТРФ
18. Скорость стремления к нулю коэффициентов ТРФ
19. Задача о свободных колебаниях струны с закрепленными концами
20. Задача о колебаниях плоской прямоугольной мембраны
21. Интеграл Фурье, теорема о сходимости интеграла Фурье
22. Прямое и обратное преобразования Фурье (ПФ); параллели с ТРФ
23. Спектральная функция, ее свойства
24. Свойства ПФ
25. ПФ в пространстве  $S$
26. Теорема Планшереля, определение ПФ в пространстве  $L_2(\mathbb{R})$
27. Пространства  $D, D', S, S'$ : определение элементов, сходимости, понятие и примеры регулярного и сингулярного функционала, дифференцирование обобщенных функций, дельта-образные последовательности
28. ПФ в  $S'$ , его свойства