

Домашняя контрольная работа Ф-201

Вариант 1

1. Найти все особые точки функций и определить их тип:

$$f(z) = \frac{(z + \pi) \sin \frac{\pi z}{2}}{2 \sin^2 z}, \quad g(z) = \frac{\sin z \cdot e^z (z - \pi)}{e^{iz} - 1}.$$

2. Вычислить интегралы:

$$a) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 4)(x^2 + 9)^2}, \quad b) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin \frac{x}{2}}{x^4 + 16} dx, \quad c) \int_0^{\infty} \frac{x^p dx}{(1 + x^2)^2}.$$

Вариант 2

1. Найти все особые точки функций и определить их тип:

$$f(z) = \frac{e^z - 1}{\sin \pi z}, \quad g(z) = \frac{z^3}{e^z - 1}.$$

2. Вычислить интегралы:

$$a) \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin^2 \varphi d\varphi}{10 - 6 \cos \varphi}, \quad b) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin tx}{1 + x^3} dx, \quad c) \int_0^{\infty} \frac{\ln x dx}{\sqrt[3]{x}(x + 2)}.$$

Вариант 3

1. Найти все особые точки функций и определить их тип:

$$f(z) = \frac{\sin^3 z}{z(1 - \cos^2 z)}, \quad g(z) = \frac{1}{\cos^2 z} - \frac{1}{(z - \frac{\pi}{2})^2}.$$

2. Вычислить интегралы:

$$a) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 + 5}{x^4 + 5x^2 + 6} dx, \quad b) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^2 + 5) \sin x}{x^4 + 10x^2 + 9} dx, \quad c) \int_0^{\infty} \frac{x^p dx}{x^2 + 2x \cos \lambda + 1}.$$

Вариант 4

1. Найти все особые точки функций и определить их тип:

$$f(z) = \frac{\sin \pi z}{z^4 - 1} \cdot e^{\frac{1}{z}}, \quad g(z) = \frac{e^z - 1}{(\cos z - 1)} \cdot e^{-\frac{1}{z}}.$$

2. Вычислить интегралы:

$$a) \int_0^{\infty} \frac{x^2 + 4}{(x^2 + 9)^2} dx, \quad b) \int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 4)\sqrt[3]{x}}, \quad c) \int_0^{\infty} \frac{\ln^2 x}{(1 + x^2)^2} dx.$$

Вариант 5

1. Найти все особые точки функций и определить их тип:

$$f(z) = \frac{2z - \sin 2z}{z^2(z^2 + 1)}, \quad g(z) = \frac{\operatorname{Ln}(\operatorname{ch} z - 1)}{z^2 - 1}.$$

2. Вычислить интегралы:

$$a) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^2(x^2 + 16)}, \quad b) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^3 + 1) \sin x}{x^4 + 5x^2 + 4} dx, \quad c) \int_0^{\infty} \frac{\ln x dx}{\sqrt{x}(1+x)}.$$

Вариант 6

1. Найти все особые точки функций и определить их тип:

$$f(z) = \frac{\cos \frac{\pi z}{4}}{z^4 - 16}, \quad g(z) = \sin z \cdot e^{\frac{1}{z}}.$$

2. Вычислить интегралы:

$$a) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^2 - x + 2) dx}{x^4 + 10x^2 + 9}, \quad b) \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x} \ln x}{x + 1} dx, \quad c) \int_0^{\infty} \frac{\sin ax dx}{x(x^2 + b^2)}.$$

Вариант 7

1. Найти все особые точки функций и определить их тип:

$$f(z) = z \cdot \operatorname{tg} z \cdot e^{\frac{1}{z}}, \quad g(z) = \operatorname{Ln} \cos z.$$

2. Вычислить интегралы:

$$a) \int_0^{\pi} \frac{\cos^4 \varphi d\varphi}{1 + \sin^2 \varphi}, \quad b) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^2 - 1) dx}{(x^2 - 8x + 17)^2}, \quad c) \int_0^{\infty} \frac{\ln x dx}{(1 + x^2)(1 + x)}.$$

Вариант 8

1. Найти все особые точки функций и определить их тип:

$$f(z) = \frac{1}{z^2} - \sin \frac{1}{z^2}, \quad g(z) = \frac{\operatorname{tg} z \cdot (e^z - 1)}{z(\cos z^2 - 1)}.$$

2. Вычислить интегралы:

$$a) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^2 + 3) dx}{(x^2 - 10x + 29)^2}, \quad b) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^3 \sin x}{x^4 + 10x^2 + 9} dx, \quad c) \int_0^{\infty} \frac{\ln x dx}{(1 + x^2)^2}.$$

Вариант 9

1. Найти все особые точки функций и определить их тип:

$$f(z) = \frac{\sin 3z - 3 \sin z}{z(\sin z - z)}, \quad g(z) = \frac{\sin z}{\cos^2 z - 1}.$$

2. Вычислить интегралы:

$$a) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^2 + x) \cos x \, dx}{x^4 + 13x^2 + 36}, \quad b) \int_0^{\infty} \frac{\ln x \, dx}{x^2 + 2x + 2}, \quad c) \int_0^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} \, dx.$$

Вариант 10

1. Найти все особые точки функций и определить их тип:

$$f(z) = \frac{1}{1 - \cos z} + \frac{1}{\sin^2 z}, \quad g(z) = \frac{\cos z - 1}{e^{z^2+z}} \cdot \sin \frac{1}{z}.$$

2. Вычислить интегралы:

$$a) \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 x \, dx}{4 + \cos x}, \quad b) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x-1) \sin x \, dx}{(x^2 + 9)^2}, \quad c) \int_0^{\infty} \frac{\ln x}{(x+1)^2} \, dx.$$

Вариант 11

1. Найти все особые точки функций и определить их тип:

$$f(z) = \frac{\sin^2 z \cdot (e^z - 1)}{(1 - \cos z)^3}, \quad g(z) = (\operatorname{Ln} z - \operatorname{Ln} \sin z) \cdot \sin z.$$

2. Вычислить интегралы:

$$a) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)}, \quad b) \int_2^{\infty} \frac{\ln(x-2) \, dx}{(x^2 - 1)\sqrt{x-2}}, \quad c) \int_0^{\infty} \frac{1 - \cos \alpha x}{x^2} \, dx.$$

Вариант 12

1. Найти все особые точки функций и определить их тип:

$$f(z) = \frac{e^{\sin \frac{1}{z}}}{e^z - 1}, \quad g(z) = \frac{\sin(i \operatorname{Ln} z)}{\sin z}.$$

2. Вычислить интегралы:

$$a) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin 2x}{(x^2 - x + 1)^2} \, dx, \quad b) \int_1^{\infty} \frac{\sqrt{x-1} \ln(x-1)}{x^2 + 3x} \, dx, \quad c) \int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}(x^2 + 1)(x + 3)}.$$

Вариант 13

1. Найти все особые точки функций и определить их тип:

$$f(z) = \frac{e^z \sin z}{z^4(\cos 3z - 1)}, \quad g(z) = (z - 1)\operatorname{Ln} z \cdot e^{z + \frac{1}{z}}.$$

2. Вычислить интегралы:

$$a) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 + 2}{x^4 + 7x^2 + 12} dx, \quad b) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \cos x}{x^2 - 2x + 17} dx, \quad c) \int_0^{\infty} \frac{1 - \cos \alpha x}{x^2(x^2 + 1)} dx.$$

Вариант 14

1. Найти все особые точки функций и определить их тип:

$$f(z) = \frac{1}{z^2 - 1} \cdot \cos \frac{\pi z}{z + 1}, \quad g(z) = \frac{z \sin(\pi z)}{\operatorname{ctg} z \cdot \sin^2 2z}.$$

2. Вычислить интегралы:

$$a) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 3x - \cos 2x}{(x^2 + 4)^2} dx, \quad b) \int_0^{\infty} \frac{x^{\alpha-1} \ln x}{1 + x} dx, \quad c) \int_0^{\infty} \frac{\sin^2 ax dx}{x^2(x^2 + b^2)}.$$