

Домашняя контрольная работа А-201

Вариант 1

1. Найти все особые точки функций и определить их тип:

$$f(z) = \frac{1}{1 - \cos z} + \frac{1}{\sin^2 z}, \quad g(z) = \frac{\cos z - 1}{e^{z^2+z}} \cdot \sin \frac{1}{z}.$$

2. Вычислить интегралы:

$$a) \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 x \, dx}{4 + \cos x}, \quad b) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x-1) \sin x \, dx}{(x^2+9)^2}, \quad c) \int_0^{\infty} \frac{\ln x}{(x+1)^2} \, dx.$$

Вариант 2

1. Найти все особые точки функций и определить их тип:

$$f(z) = \frac{\sin^2 z \cdot (e^z - 1)}{(1 - \cos z)^3}, \quad g(z) = (\operatorname{Ln} z - \operatorname{Ln} \sin z) \cdot \sin z.$$

2. Вычислить интегралы:

$$a) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+4)}, \quad b) \int_2^{\infty} \frac{\ln(x-2) \, dx}{(x^2-1)\sqrt{x-2}}, \quad c) \int_0^{\infty} \frac{1 - \cos \alpha x}{x^2} \, dx.$$

Вариант 3

1. Найти все особые точки функций и определить их тип:

$$f(z) = \frac{e^{\sin \frac{1}{z}}}{e^z - 1}, \quad g(z) = \frac{\sin(i \operatorname{Ln} z)}{\sin z}.$$

2. Вычислить интегралы:

$$a) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin 2x}{(x^2 - x + 1)^2} \, dx, \quad b) \int_1^{\infty} \frac{\sqrt{x-1} \ln(x-1)}{x^2 + 3x} \, dx, \quad c) \int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}(x^2+1)(x+3)}.$$

Вариант 4

1. Найти все особые точки функций и определить их тип:

$$f(z) = \frac{e^z \sin z}{z^4(\cos 3z - 1)}, \quad g(z) = (z-1) \operatorname{Ln} z \cdot e^{z+\frac{1}{z}}.$$

2. Вычислить интегралы:

$$a) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 + 2}{x^4 + 7x^2 + 12} \, dx, \quad b) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \cos x}{x^2 - 2x + 17} \, dx, \quad c) \int_0^{\infty} \frac{1 - \cos \alpha x}{x^2(x^2+1)} \, dx.$$

Вариант 5

1. Найти все особые точки функций и определить их тип:

$$f(z) = \frac{1}{z^2 - 1} \cdot \cos \frac{\pi z}{z + 1}, \quad g(z) = \frac{z \sin(\pi z)}{\operatorname{ctg} z \cdot \sin^2 2z}.$$

2. Вычислить интегралы:

$$a) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 3x - \cos 2x}{(x^2 + 4)^2} dx, \quad b) \int_0^{\infty} \frac{x^{\alpha-1} \ln x}{1+x} dx, \quad c) \int_0^{\infty} \frac{\sin^2 ax dx}{x^2(x^2 + b^2)}.$$

Вариант 6

1. Найти все особые точки функций и определить их тип:

$$f(z) = \frac{2 \sin \frac{\pi z}{5}}{(z + 5)^2(z - 3)}, \quad g(z) = \frac{(\operatorname{Ln}(e^z - 1) - \operatorname{Ln} z)e^{\frac{1}{z}} \sin z}{\cos z - 1}.$$

2. Вычислить интегралы:

$$a) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2 + 16)^2}, \quad b) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^3 - 3) \sin 2x}{x^4 + 4x^2 + 4} dx, \quad c) \int_0^{\infty} \frac{\sin^3 x dx}{x(x^2 + a^2)}.$$

Вариант 7

1. Найти все особые точки функций и определить их тип:

$$f(z) = \frac{e^{5z} - 1 - \sin 5z}{z^2 \sin(5\pi z)}, \quad g(z) = \frac{\sin z}{\operatorname{Ln} z - \operatorname{Ln} \sin z}.$$

2. Вычислить интегралы:

$$a) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 x dx}{4 + x^2}, \quad b) \int_0^{\infty} \frac{x^{\alpha-1}}{(x+1)(x+2)(x+3)} dx, \quad c) \int_0^{\infty} \frac{\ln^2 x dx}{9 + x^2}.$$

Вариант 8

1. Найти все особые точки функций и определить их тип:

$$f(z) = \frac{\sin \frac{\pi z}{6}}{(z^2 - 4)(z^2 - 9)} \cdot \cos \frac{1}{z}, \quad g(z) = \frac{1}{\cos \frac{z}{z^2 + 1}}.$$

2. Вычислить интегралы:

$$a) \int_0^{2\pi} \frac{\cos x}{5 - 4 \sin x} dx, \quad b) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1 + x^6}, \quad c) \int_0^{\infty} \frac{x^{\alpha} \ln x}{16 + x^2} dx.$$

Вариант 9

1. Найти все особые точки функций и определить их тип:

$$f(z) = \frac{\operatorname{sh} z - z}{(1 - \operatorname{ch} z)^2}, \quad g(z) = \frac{\operatorname{Ln}(z-1) \cdot \sin \pi z}{z^4 - 1}.$$

2. Вычислить интегралы:

$$a) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 - 1}{x^4 + 6x^2 + 10} dx, \quad b) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^3 x}{x^3} dx, \quad c) \int_0^{\infty} \frac{x^2 \ln x}{(x^2 + 1)^2} dx.$$

Вариант 10

1. Найти все особые точки функций и определить их тип:

$$f(z) = \frac{\sin 3z^2}{z(z^3 + 1)} \cdot e^{\frac{1}{z}}, \quad g(z) = \frac{\cos z \cdot e^{-z}}{(z - \frac{\pi}{2})(e^{iz} - i)}.$$

2. Вычислить интегралы:

$$a) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x+1) dx}{x^4 - 5x^2 + 5}, \quad b) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x+3) \sin 3x}{x^2 + 2x + 2} dx, \quad c) \int_0^{\infty} \frac{\sqrt[3]{x^2} dx}{x^3 + 1}.$$

Вариант 11

1. Найти все особые точки функций и определить их тип:

$$f(z) = \frac{4z - \operatorname{sh} 4z}{z^2(z^2 + 1)}, \quad g(z) = \frac{\sin \frac{z}{z-1} \cdot \sin z^2}{e^{z^2-z} - 1}.$$

2. Вычислить интегралы:

$$a) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin 2x - \sin x}{(x^2 + 4)^2} dx, \quad b) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sqrt[4]{x^3}(x+1)}{(x+2)^3} dx, \quad c) \int_0^{\infty} \frac{x \ln x}{x^3 + 8} dx.$$

Вариант 12

1. Найти все особые точки функций и определить их тип:

$$f(z) = \frac{\cos z^4}{\operatorname{ch} z - 1 - z^2/2}, \quad g(z) = \frac{e^{1/z}}{(e^z + i) \cos z^4}.$$

2. Вычислить интегралы:

$$a) \int_0^{\infty} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \cdot \frac{\sin x}{x} dx, \quad b) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x+1}{\sqrt[3]{x}(x+3)^2(x-2)} dx, \quad c) \int_0^{\infty} \frac{\ln^2 x}{x^2 + 8} dx.$$

Вариант 13

1. Найти все особые точки функций и определить их тип:

$$f(z) = \frac{e^z + e^\pi}{ze^z \sin z^4}, \quad g(z) = e^z \frac{\cos \frac{z}{z-2}}{z^2}.$$

2. Вычислить интегралы:

$$a) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)^2}, \quad b) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^2 - 2x) \cos 2x}{x^3 - 2x + 1} dx, \quad c) \int_0^{\infty} \frac{\sqrt[3]{x} \ln x}{x + 8} dx.$$