

Вопросы к коллоквиуму
(физический факультет, 2 семестр 2017)

Теоретические вопросы

1. Понятия разбиения отрезка, диаметра разбиения, измельчения разбиения, объединения разбиений. Понятие интегральной суммы и предела интегральных сумм. Определение определённого интеграла Римана на отрезке и функции, интегрируемой по Риману на отрезке. Геометрический смысл определённого интеграла.
2. Необходимое условие интегрируемости функции по Риману.
3. Определение сумм Дарбу и интегралов Дарбу, их свойства.
4. Критерии существования определённого интеграла в терминах сумм Дарбу. Определение колебания функции на множестве. Критерий существования определённого интеграла в терминах колебаний.
5. Классы интегрируемых функций (непрерывная, монотонная функции, функция, имеющая конечное число точек разрыва).
6. Определение интеграла по ориентированному промежутку. Свойства определённого интеграла (интегрируемость на подмножестве, аддитивность по области, линейность, интегрирование произведения функций, интеграл от функций, отличающихся в конечном числе точек, интеграл от модуля функции, интеграл от положительной (неотрицательной) функции, интегрирование неравенства).
7. Теоремы о среднем.
8. Определение интеграла с переменным верхним пределом. Непрерывность и дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом.
9. Определение интеграла с переменным нижним пределом и с двумя переменными пределами. Правило дифференцирования интеграла с переменными пределами.
10. Формула Ньютона–Лейбница.
11. Формула интегрирования по частям для определённого интеграла.
12. Замена переменной в определённом интеграле.
13. Понятия простой, простой замкнутой, гладкой, кусочно-гладкой, спрямляемой кривой. Свойство ломаной, вписанной в плоскую кривую. Формулы вычисления длины плоской кривой.
14. Понятие квадратуемой плоской фигуры, площади квадратуемой плоской фигуры. Критерии квадратуемости.
15. Понятие кривой площади 0. Доказать, что непрерывная и спрямляемая кривая имеют площадь 0.
16. Квадратуемость криволинейной трапеции и криволинейного сектора. Формулы вычисления площадей криволинейной трапеции и криволинейного сектора.

Практические навыки

1. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа, Коши, Пеано: основные разложения, вычисление пределов, оценка погрешности приближения.
2. Понятие первообразной, неопределённого интеграла. Таблица первообразных. Основные свойства неопределённого интеграла (неопределённый интеграл и дифференциал, линейность, интегрирование по частям, замена переменной).
3. Интегрирование рациональной функции. Интегрирование некоторых иррациональностей (дробно-линейная, квадратичная, дифференциальный бином). Интегрирование тригонометрических функций.
4. Вычисление определённого интеграла как предела интегральных сумм, сумм Дарбу, при помощи формулы Ньютона–Лейбница. Оценка значения интеграла на основе свойств подынтегральной функции. Нахождение площадей, длин, физических величин путём интегрирования. Замена переменной в определённом интеграле.