Вопросы для подготовки к экзамену по математическому анализу
(физический факультет, 2 семестр, 2017)

1. Понятие первообразной, неопределенного интеграла. Основные свойства неопределенного интеграла (неопределенный интеграл и дифференциал, линейность, интегрирование по частям, замена переменной).
2. Таблица первообразных.
3. Понятия разбиения отрезка, диаметра разбиения, измельчения разбиения, объединения разбиений. Понятие интегральной суммы и предела интегральных сумм. Определение определённого интеграла Римана на отрезке и функции, интегрируемой по Риману на отрезке. Геометрический смысл определённого интеграла.
4. Необходимое условие интегрируемости функции по Риману.
5. Определение сумм Дарбу и интегралов Дарбу, их свойства.
6. Критерии существования определённого интеграла в терминах сумм Дарбу. Определение колебания функции на множестве. Критерий существования определённого интеграла в терминах колебаний.
7. Классы интегрируемых функций (непрерывная, монотонная функции, функция, имеющая конечное число точек разрыва).
8. Определение интеграла по ориентированному промежутку. Свойства определённого интеграла (интегрируемость на подмножестве, аддитивность по области, линейность, интегрирование произведения функций, интеграл от функций, отличающихся в конечном числе точек, интеграл от модуля функции, интеграл от положительной (неотрицательной) функции, интегрирование неравенства).
9. Теоремы о среднем.
10. Определение интеграла с переменным верхним пределом. Непрерывность и дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом.
11. Определение интеграла с переменным нижним пределом и с двумя переменными пределами. Правило дифференцирования интеграла с переменными пределами.
12. Формула Ньютона-Лейбница.
13. Формула интегрирования по частям для определённого интеграла.
14. Замена переменной в определённом интеграле.
15. Понятия простой, простой замкнутой, гладкой, кусочно-гладкой, спрямляемой кривой. Свойство ломаной, вписанной в плоскую кривую. Формулы вычисления длины плоской кривой.
16. Понятие квадрируемой плоской фигуры, площади квадрируемой плоской фигуры. Критерии квадрируемости.
17. Понятие кривой площади 0. Доказать, что непрерывная и спрямляемая кривая имеют площадь 0.
18. Квадрируемость криволинейной трапеции и криволинейного сектора. Формулы вычисления площадей криволинейной трапеции и криволинейного сектора.
19. Метрическое пространство. Метрическое пространство R^n. Метрики ρ_1, ρ_0, ρ_e, их эквивалентность. Эвклидово пространство, эвклидово пространство R^n.
20. Последовательность в пространстве R^n. Сходимость последовательности в метрическом пространстве. Основные свойства сходящихся последовательностей (ограниченность, единственность предела, сходимость подпоследовательности, арифметические операции и др.). Критерий сходимости последовательности в n-мерном пространстве.
21. Лемма Больцано-Вейерштрасса для последовательности в пространстве R^n.
22. Фундаментальная последовательность. Полнота пространства R^n (критерий Коши).

23. Понятие функции многих переменных. Определение предела функции многих переменных по Коши и по Гейне, их эквивалентность. Предел и арифметические операции. Элементарные свойства функций, связанные с пределами.
24. Понятие двойного и повторного пределов. Теорема о связи двойных и повторных пределов.
25. Определения непрерывности по Коши и по Гейне. Непрерывность на множестве. Непрерывность в изолированной точке.
26. Основные свойства непрерывных функций. Устойчивость знака непрерывной функции.
27. Понятие сложной функции. Теорема о непрерывности сложной функции.
28. Теорема Больцано-Коши о промежуточном значении непрерывной функции. Теоремы Вейерштрасса о непрерывных функциях.
29. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.
30. Определение частной производной, дифференцируемости. Эквивалентность двух определений дифференцируемости.
31. Необходимые условия дифференцируемости. Достаточные условия дифференцируемости.
32. Дифференцируемость сложной функции и её частные производные.
33. Дифференциал. Инвариантность формы первого дифференциала.
34. Производные второго и высших порядков. Достаточные условия равенства смешанных производных.
35. Дифференциал второго порядка (независимые, зависимые, линейно зависимые переменные). Дифференциалы высших порядков.
36. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и форме Пеано для функции многих переменных.
37. Понятие локального экстремума функции многих переменных. Необходимые условия локального экстремума.
38. Достаточные условия локального экстремума функции многих переменных.